$$Q=\int_0^{\frac{T}{2}} I_m\cos(\omega t+\varphi)\,dt,\ T>0$$

$$Q=\frac{I_m}{\omega}\left[\sin(\omega t+\varphi)\right]_0^{\frac{T}{2}}$$

$$Q=\frac{I_m}{\omega}\left[\sin\left(\omega\frac{T}{2}+e\right)-\sin(\varphi)\right]$$

$$Q=\frac{I_m}{\omega}\left[\sin(\pi+e)-\sin(\varphi)\right]$$

$$Q=\frac{I_m}{\omega}(-2\sin\varphi)$$

## Exercice 12 ?

$$W=\int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} U(t)I(t).dt$$

$$W=\int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} U_m I_m\cos^2(\omega t).dt$$

$$W=\int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} U_m I_m.\frac{1+\cos(2\omega t)}{2}.dt$$

$$W=\frac{U_m I_m}{2}\int_0^{\frac{2\pi}{\omega}}(1+\cos(2\omega t)).dt$$

$$W=\frac{U_m I_m}{2}\left[t+\frac{\sin(2\omega t)}{2}\right]_0^{\frac{2\pi}{\omega}}$$

$$W=\frac{1}{2}U_m I_m\left[\frac{2\pi}{\omega}+\frac{1}{2}\underbrace{\sin\left(2\varphi\frac{2\pi}{\varphi}\right)}_{\sin 4\pi=0}-0\right]$$

$$\boxed{W=\frac{\pi U_m I_m}{\omega}}$$

## Exercice 13

$f(x)=\sin^2 x,\ x\in[0,\pi]$

1) $f$ est dérivable sur $\square$ en particulier sur $[0,\pi]$

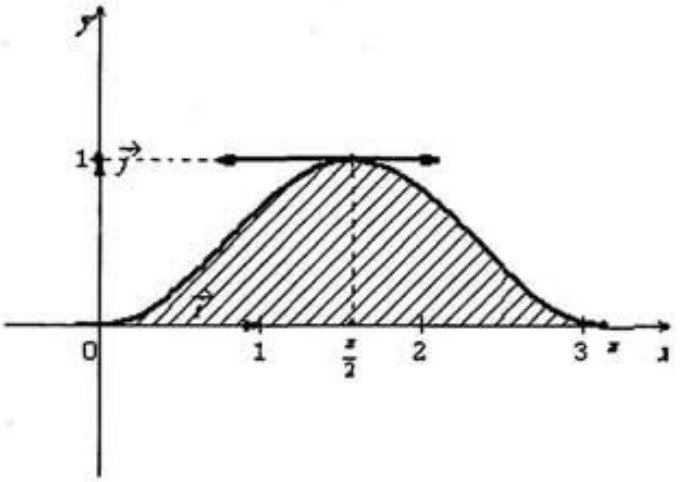
et $f'(x)=2\cos x.\sin x$, $\boxed{(u^n)'=nu'u^{n-1}}$

Comme $\sin x\geq 0\ \ \forall x\in[0,\pi]$

Le signe de $f'(x)$ est celui de $\cos x$.

T.V :

| $x$ | $0$ | | $\frac{\pi}{2}$ | | $\pi$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $f(x)$ | $0$ | ↗ | $1$ | ↘ | $0$ |




2) (linéarisation : voir cour *nombres complexes*)

$$\sin^2 x=\left(\frac{e^{ix}-e^{-ix}}{2i}\right)^2$$

$$=\frac{e^{2ix}-1+e^{-2ix}}{-4}=\frac{1-\cos 2x}{2}$$

$$\sin^4 x=\left(\frac{e^{ix}-e^{-ix}}{2i}\right)^4$$

$$=\frac{e^{4ix}-4e^{3ix}e^{-ix}+6e^{2ix}.e^{-2ix}-4e^{ix}e^{-3ix}+e^{-4ix}}{16}$$

$$=\frac{e^{i4x}+e^{-i4x}}{16}+\frac{6}{16}-\frac{e^{ix}+e^{-ix}}{4}$$

$$=\frac{\cos 4x}{8}+\frac{3}{8}-\frac{\cos x}{2}$$

$$\boxed{(\sin x)^4=\frac{\cos 4x}{8}-\frac{\cos x}{2}+\frac{3}{8}}$$

3) $A=\int_0^{\pi} f(x)\,dx=\left(\int_0^{\pi}\sin^2 x dx\right)\|\vec{i}\|.\|\vec{j}\|$

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn